

Was heißt ein Algorithmus ist effizient?

Was messen wir?

- ▶ Speicherverbrauch
- ▶ Laufzeit
- ▶ Anzahl Vergleiche (z.B. Sortieralgorithmen)
- ▶ Anzahl an Multiplikationen (wissenschaftliches Rechnen)
- ▶ Festplattenzugriffe
- ▶ Programmgröße
- ▶ Energieverbrauch
- ▶ ...

Was heißt ein Algorithmus ist effizient?

Was messen wir?

- ▶ Speicherverbrauch
- ▶ Laufzeit
- ▶ Anzahl Vergleiche (z.B. Sortieralgorithmen)
- ▶ Anzahl an Multiplikationen (wissenschaftliches Rechnen)
- ▶ Festplattenzugriffe
- ▶ Programmgröße
- ▶ Energieverbrauch
- ▶ ...

Was heißt ein Algorithmus ist effizient?

Was messen wir?

- ▶ Speicherverbrauch
- ▶ Laufzeit
- ▶ Anzahl Vergleiche (z.B. Sortieralgorithmen)
- ▶ Anzahl an Multiplikationen (wissenschaftliches Rechnen)
- ▶ Festplattenzugriffe
- ▶ Programmgröße
- ▶ Energieverbrauch
- ▶ ...

Was heißt ein Algorithmus ist effizient?

Was messen wir?

- ▶ Speicherverbrauch
- ▶ Laufzeit
- ▶ Anzahl Vergleiche (z.B. Sortieralgorithmen)
- ▶ Anzahl an Multiplikationen (wissenschaftliches Rechnen)
- ▶ Festplattenzugriffe
- ▶ Programmgröße
- ▶ Energieverbrauch
- ▶ ...

Was heißt ein Algorithmus ist effizient?

Was messen wir?

- ▶ Speicherverbrauch
- ▶ Laufzeit
- ▶ Anzahl Vergleiche (z.B. Sortieralgorithmen)
- ▶ Anzahl an Multiplikationen (wissenschaftliches Rechnen)
- ▶ Festplattenzugriffe
- ▶ Programmgröße
- ▶ Energieverbrauch
- ▶ ...

Was heißt ein Algorithmus ist effizient?

Was messen wir?

- ▶ Speicherverbrauch
- ▶ Laufzeit
- ▶ Anzahl Vergleiche (z.B. Sortieralgorithmen)
- ▶ Anzahl an Multiplikationen (wissenschaftliches Rechnen)
- ▶ Festplattenzugriffe
- ▶ Programmgröße
- ▶ Energieverbrauch
- ▶ ...

Was heißt ein Algorithmus ist effizient?

Was messen wir?

- ▶ Speicherverbrauch
- ▶ Laufzeit
- ▶ Anzahl Vergleiche (z.B. Sortieralgorithmen)
- ▶ Anzahl an Multiplikationen (wissenschaftliches Rechnen)
- ▶ Festplattenzugriffe
- ▶ Programmgröße
- ▶ Energieverbrauch
- ▶ ...

Was heißt ein Algorithmus ist effizient?

Was messen wir?

- ▶ Speicherverbrauch
- ▶ Laufzeit
- ▶ Anzahl Vergleiche (z.B. Sortieralgorithmen)
- ▶ Anzahl an Multiplikationen (wissenschaftliches Rechnen)
- ▶ Festplattenzugriffe
- ▶ Programmgröße
- ▶ Energieverbrauch
- ▶ ...

Wie messen wir?

- ▶ Implementieren und Testen auf repräsentativen Eingaben.
 - ▶ Welche Eingaben?
 - ▶ Kann sehr aufwendig sein.
 - ▶ Präzise Resultate wenn sorgfältig durchgeführt.
 - ▶ Resultate gelten aber nur für spezifische Hardware, und spezifische Eingaben.

- ▶ Theoretische Analyse in einem **Rechenmodell**.

Die Analyse eines Algorithmus z.B. einer Algorithmus zur Suche in einem Graphen, führt immer in Zeit $O(n^2)$.
Ebenso wie wird das für die Berechnung von \log kann auch andere Schranken erhalten. Jeder vergleichsbasierte Sortierverfahren benötigt im worst case mindestens $\log(n!)$ Vergleiche.

Wie messen wir?

- ▶ Implementieren und Testen auf repräsentativen Eingaben.
 - ▶ Welche Eingaben?
 - ▶ Kann sehr aufwendig sein.
 - ▶ Präzise Resultate wenn sorgfältig durchgeführt.
 - ▶ Resultate gelten aber nur für spezifische Hardware, und spezifische Eingaben.
 - ▶ Theoretische Analyse in einem **Rechenmodell**.

Die Komplexität eines Algorithmus ist immer in Θ zu beschreiben. In der Praxis wird das Θ oft weggelassen, weil man sich auch andere Schranken erlauben kann. Jedoch: Vergleichbarkeit von Implementierungen besteht nur dann, wenn deren Komplexität in Θ vergleichbar ist.

Wie messen wir?

- ▶ Implementieren und Testen auf repräsentativen Eingaben.
 - ▶ Welche Eingaben?
 - ▶ Kann sehr aufwendig sein.
 - ▶ Präzise Resultate wenn sorgfältig durchgeführt.
 - ▶ Resultate gelten aber nur für spezifische Hardware, und spezifische Eingaben.
- ▶ Theoretische Analyse in einem **Rechenmodell**.

Wie kann man die Laufzeit eines Algorithmus theoretisch berechnen?
• Mit welcher Laufzeit wird ein Algorithmus auf einer bestimmten Hardware bei einer bestimmten Eingabe auszuführen sein?
• Wie kann man solche Aussagen machen, ohne jeden Implementations- / Compilerfehler berücksichtigen zu müssen?
• Was ist ein "Rechenmodell"?

Wie messen wir?

- ▶ Implementieren und Testen auf repräsentativen Eingaben.
 - ▶ Welche Eingaben?
 - ▶ Kann sehr aufwendig sein.
 - ▶ Präzise Resultate wenn sorgfältig durchgeführt.
 - ▶ Resultate gelten aber nur für spezifische Hardware, und spezifische Eingaben.
- ▶ Theoretische Analyse in einem Rechenmodell.

Wie kann man die Laufzeit eines Algorithmus berechnen?
→ Komplexitätstheorie
→ Asymptotische Laufzeit
→ Laufzeitkomplexität
→ Zeitkomplexität
→ Raumkomplexität
→ Zeit-Raum-Komplexität
→ Zeit-Raum-Komplexität

Wie messen wir?

- ▶ Implementieren und Testen auf repräsentativen Eingaben.
 - ▶ Welche Eingaben?
 - ▶ Kann sehr aufwendig sein.
 - ▶ Präzise Resultate wenn sorgfältig durchgeführt.
 - ▶ Resultate gelten aber nur für spezifische Hardware, und spezifische Eingaben.
- ▶ Theoretische Analyse in einem Rechenmodell.

Wie messen wir?

- ▶ Implementieren und Testen auf repräsentativen Eingaben.
 - ▶ Welche Eingaben?
 - ▶ Kann sehr aufwendig sein.
 - ▶ Präzise Resultate wenn sorgfältig durchgeführt.
 - ▶ Resultate gelten aber nur für spezifische Hardware, und spezifische Eingaben.
- ▶ Theoretische Analyse in einem **Rechenmodell**.
 - ▶ Gibt **asymptotische Garantien** wie z.B. „dieser Algorithmus läuft immer in Zeit $\mathcal{O}(n^2)$ “.
 - ▶ Üblicherweise wird der **worst case** betrachtet.
 - ▶ Man kann auch untere Schranken erhalten: „jedes vergleichsbasierte Sortierverfahren benötigt im worst case mindestens $\Omega(n \log n)$ Vergleiche“.

Wie messen wir?

- ▶ Implementieren und Testen auf repräsentativen Eingaben.
 - ▶ Welche Eingaben?
 - ▶ Kann sehr aufwendig sein.
 - ▶ Präzise Resultate wenn sorgfältig durchgeführt.
 - ▶ Resultate gelten aber nur für spezifische Hardware, und spezifische Eingaben.
- ▶ Theoretische Analyse in einem **Rechenmodell**.
 - ▶ Gibt **asymptotische Garantien** wie z.B. „dieser Algorithmus läuft immer in Zeit $\mathcal{O}(n^2)$ “.
 - ▶ Üblicherweise wird der **worst case** betrachtet.
 - ▶ Man kann auch untere Schranken erhalten: „jedes vergleichsbasierte Sortierverfahren benötigt im worst case mindestens $\Omega(n \log n)$ Vergleiche“.

Wie messen wir?

- ▶ Implementieren und Testen auf repräsentativen Eingaben.
 - ▶ Welche Eingaben?
 - ▶ Kann sehr aufwendig sein.
 - ▶ Präzise Resultate wenn sorgfältig durchgeführt.
 - ▶ Resultate gelten aber nur für spezifische Hardware, und spezifische Eingaben.
- ▶ Theoretische Analyse in einem **Rechenmodell**.
 - ▶ Gibt **asymptotische Garantien** wie z.B. „dieser Algorithmus läuft immer in Zeit $\mathcal{O}(n^2)$ “.
 - ▶ Üblicherweise wird der **worst case** betrachtet.
 - ▶ Man kann auch untere Schranken erhalten: „jedes vergleichsbasierte Sortierverfahren benötigt im worst case mindestens $\Omega(n \log n)$ Vergleiche“.

Wie messen wir?

- ▶ Implementieren und Testen auf repräsentativen Eingaben.
 - ▶ Welche Eingaben?
 - ▶ Kann sehr aufwendig sein.
 - ▶ Präzise Resultate wenn sorgfältig durchgeführt.
 - ▶ Resultate gelten aber nur für spezifische Hardware, und spezifische Eingaben.
- ▶ Theoretische Analyse in einem **Rechenmodell**.
 - ▶ Gibt **asymptotische Garantien** wie z.B. „dieser Algorithmus läuft immer in Zeit $\mathcal{O}(n^2)$ “.
 - ▶ Üblicherweise wird der **worst case** betrachtet.
 - ▶ Man kann auch untere Schranken erhalten: „jedes vergleichsbasierte Sortierverfahren benötigt im worst case mindestens $\Omega(n \log n)$ Vergleiche“.

Eingabelänge

Die theoretischen Schranken werden als Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ von der **Eingabelänge** auf die Laufzeit (oder Speicherverbrauch, Energieverbrauch etc.) angegeben.

Die **Eingabelänge** ist z.B.

• die Größe der Eingabe (Anzahl der Bits)

• die Anzahl der Register

• die Anzahl der Speicherzellen

• die Anzahl der Speicherzellen, die gleichzeitig benutzt werden können

Eingabelänge

Die theoretischen Schranken werden als Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ von der **Eingabelänge** auf die Laufzeit (oder Speicherverbrauch, Energieverbrauch etc.) angegeben.

Die **Eingabelänge** ist z.B.

Eingabelänge

Die theoretischen Schranken werden als Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ von der **Eingabelänge** auf die Laufzeit (oder Speicherverbrauch, Energieverbrauch etc.) angegeben.

Die **Eingabelänge** ist z.B.

- ▶ die Größe der Eingabe (Anzahl an bits)
- ▶ die Anzahl der Argumente

Example 1

Angenommen n Zahlen aus dem Bereich $\{1, \dots, N\}$ sollen sortiert werden. Wir sagen üblicherweise, dass die Eingabelänge n ist, anstatt z.B. $n \log N$, was der Anzahl an Bits entsprechen würde.

Eingabelänge

Die theoretischen Schranken werden als Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ von der **Eingabelänge** auf die Laufzeit (oder Speicherverbrauch, Energieverbrauch etc.) angegeben.

Die **Eingabelänge** ist z.B.

- ▶ die Größe der Eingabe (Anzahl an bits)
- ▶ die Anzahl der Argumente

Example 1

Angenommen n Zahlen aus dem Bereich $\{1, \dots, N\}$ sollen sortiert werden. Wir sagen üblicherweise, dass die Eingabelänge n ist, anstatt z.B. $n \log N$, was der Anzahl an Bits entsprechen würde.

Eingabelänge

Die theoretischen Schranken werden als Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ von der **Eingabelänge** auf die Laufzeit (oder Speicherverbrauch, Energieverbrauch etc.) angegeben.

Die **Eingabelänge** ist z.B.

- ▶ die Größe der Eingabe (Anzahl an bits)
- ▶ die Anzahl der Argumente

Example 1

Angenommen n Zahlen aus dem Bereich $\{1, \dots, N\}$ sollen sortiert werden. Wir sagen üblicherweise, dass die Eingabelänge n ist, anstatt z.B. $n \log N$, was der Anzahl an Bits entsprechen würde.

Wie messen wir

Wie lange die Laufzeit in einem bestimmten Rechenmodell
auf einem Prozess (Machine) M benötigt
• Abhängigkeit von Rechengrößen wie z.B. Anzahl an
Werten, Anzahl Multiplikationen, Festschrittanzahl, ...

Wie messen wir

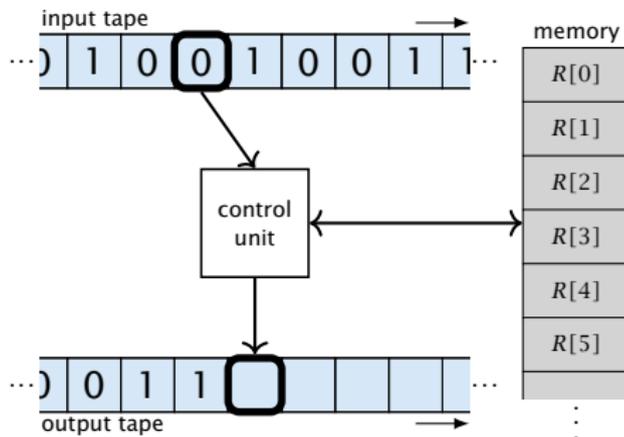
1. Berechne die Laufzeit in einem idealisierten Rechenmodell (z.B. Random Access Machine (RAM))
2. Berechne Anzahl von Basisoperationen wie z.B. Anzahl an Vergleichen, Multiplikationen, Festplattenzugriffen etc.

Wie messen wir

1. Berechne die Laufzeit in einem idealisierten Rechenmodell (z.B. Random Access Machine (RAM))
2. Berechne Anzahl von Basisoperationen wie z.B. Anzahl an Vergleichen, Multiplikationen, Festplattenzugriffen etc.

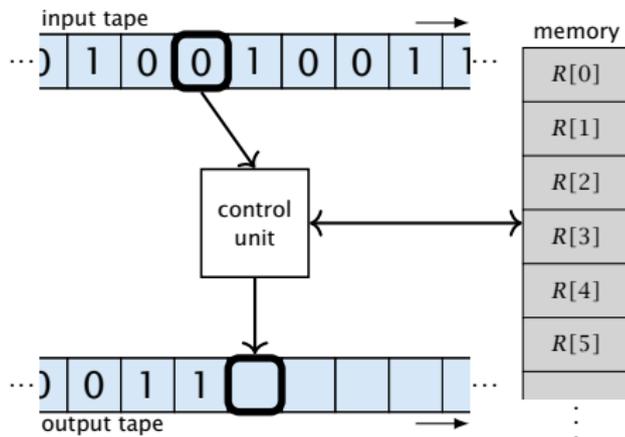
Random Access Machine (RAM)

- ▶ Ein- und Ausgabeband (Folge von Einsen und Nullen; unbeschränkte Länge).
- ▶ Speicher: unendlich viele Register $R[0], R[1], R[2], \dots$
- ▶ Register können beliebige Integer speichern.
- ▶ Indirekte Adressierung.



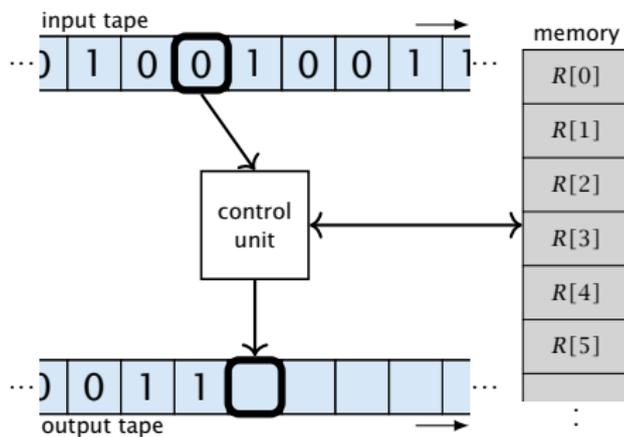
Random Access Machine (RAM)

- ▶ Ein- und Ausgabeband (Folge von Einsen und Nullen; unbeschränkte Länge).
- ▶ Speicher: unendlich viele Register $R[0], R[1], R[2], \dots$
 - ▶ Register können beliebige Integer speichern.
 - ▶ Indirekte Adressierung.



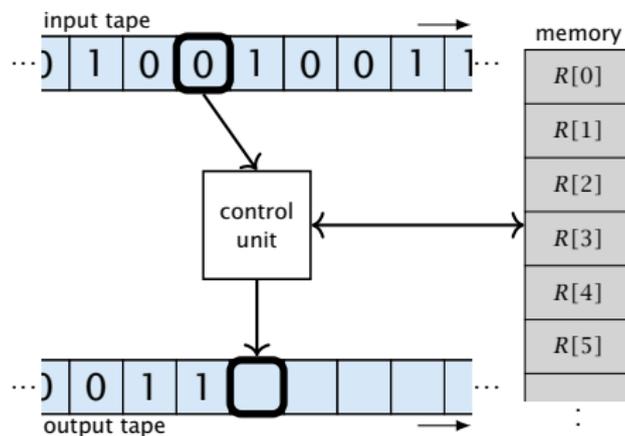
Random Access Machine (RAM)

- ▶ Ein- und Ausgabeband (Folge von Einsen und Nullen; unbeschränkte Länge).
- ▶ Speicher: unendlich viele Register $R[0], R[1], R[2], \dots$
- ▶ Register können beliebige Integer speichern.
- ▶ Indirekte Adressierung.



Random Access Machine (RAM)

- ▶ Ein- und Ausgabeband (Folge von Einsen und Nullen; unbeschränkte Länge).
- ▶ Speicher: unendlich viele Register $R[0], R[1], R[2], \dots$
- ▶ Register können beliebige Integer speichern.
- ▶ Indirekte Adressierung.



Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Eingabeoperationen (input tape $\rightarrow R[i]$)
 - ▶ READ i
- ▶ Ausgabeoperationen ($R[i] \rightarrow$ output tape)
- ▶ Registertransfers
- ▶ indirekte Adressierung

▶ $R[i]$ enthält den Inhalt des i -ten Registers in das j -te Register

▶ $R[j]$ enthält den Inhalt des i -ten Registers in das j -te Register

Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Eingabeoperationen (input tape $\rightarrow R[i]$)
 - ▶ READ i
- ▶ Ausgabeoperationen ($R[i] \rightarrow$ output tape)
- ▶ Registertransfers
- ▶ indirekte Adressierung

▶ $R[i]$ enthält den Inhalt des i -ten Registers in das i -te Register

▶ $R[i]$ enthält den Inhalt des i -ten Registers in das j -te Register

Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Eingabeoperationen (input tape $\rightarrow R[i]$)
 - ▶ READ i
- ▶ Ausgabeoperationen ($R[i] \rightarrow$ output tape)
 - ▶ WRITE i
- ▶ Registertransfers
- ▶ indirekte Adressierung

Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Eingabeoperationen (input tape $\rightarrow R[i]$)
 - ▶ READ i
- ▶ Ausgabeoperationen ($R[i] \rightarrow$ output tape)
 - ▶ WRITE i
- ▶ Registertransfers
- ▶ indirekte Adressierung

Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Eingabeoperationen (input tape $\rightarrow R[i]$)
 - ▶ READ i
- ▶ Ausgabeoperationen ($R[i] \rightarrow$ output tape)
 - ▶ WRITE i
- ▶ Registertransfers
 - ▶ $R[j] := R[i]$
 - ▶ $R[j] := 4$
- ▶ indirekte Adressierung

Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Eingabeoperationen (input tape $\rightarrow R[i]$)
 - ▶ READ i
- ▶ Ausgabeoperationen ($R[i] \rightarrow$ output tape)
 - ▶ WRITE i
- ▶ Registertransfers
 - ▶ $R[j] := R[i]$
 - ▶ $R[j] := 4$
- ▶ indirekte Adressierung

Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Eingabeoperationen (input tape $\rightarrow R[i]$)
 - ▶ READ i
- ▶ Ausgabeoperationen ($R[i] \rightarrow$ output tape)
 - ▶ WRITE i
- ▶ Registertransfers
 - ▶ $R[j] := R[i]$
 - ▶ $R[j] := 4$
- ▶ indirekte Adressierung

Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Eingabeoperationen (input tape $\rightarrow R[i]$)
 - ▶ READ i
- ▶ Ausgabeoperationen ($R[i] \rightarrow$ output tape)
 - ▶ WRITE i
- ▶ Registertransfers
 - ▶ $R[j] := R[i]$
 - ▶ $R[j] := 4$
- ▶ **indirekte** Adressierung
 - ▶ $R[j] := R[R[i]]$
lädt den Inhalt des $R[i]$ -ten Registres in das j -te Register.
 - ▶ $R[R[i]] := R[j]$
lädt den Inhalt des j -ten Registers in das $R[i]$ -te Register

Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Eingabeoperationen (input tape $\rightarrow R[i]$)
 - ▶ READ i
- ▶ Ausgabeoperationen ($R[i] \rightarrow$ output tape)
 - ▶ WRITE i
- ▶ Registertransfers
 - ▶ $R[j] := R[i]$
 - ▶ $R[j] := 4$
- ▶ **indirekte** Adressierung
 - ▶ $R[j] := R[R[i]]$
lädt den Inhalt des $R[i]$ -ten Registres in das j -te Register.
 - ▶ $R[R[i]] := R[j]$
lädt den Inhalt des j -ten Registers in das $R[i]$ -te Register

Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Eingabeoperationen (input tape $\rightarrow R[i]$)
 - ▶ READ i
- ▶ Ausgabeoperationen ($R[i] \rightarrow$ output tape)
 - ▶ WRITE i
- ▶ Registertransfers
 - ▶ $R[j] := R[i]$
 - ▶ $R[j] := 4$
- ▶ **indirekte** Adressierung
 - ▶ $R[j] := R[R[i]]$
lädt den Inhalt des $R[i]$ -ten Registres in das j -te Register.
 - ▶ $R[R[i]] := R[j]$
lädt den Inhalt des j -ten Registers in das $R[i]$ -te Register

Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Verzweigungen (inklusive Schleifen) abhängig von Vergleichen
 - ▶ `jump x`
 - springe zur Position x im Programm
 - setze Befehlszähler auf x
 - der nächste Befehl wird aus Register $R[x]$ gelesen
 - ▶ `jumpz x $R[i]$`
 - springe zu x falls $R[i] = 0$
 - falls nicht wird der Befehlszähler um 1 erhöht
 - ▶ `jumpi i`
 - springe zu $R[i]$ (indirekter Sprung);
- ▶ arithmetische Operationen: $+$, $-$, \times , $/$

Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Verzweigungen (inklusive Schleifen) abhängig von Vergleichen
 - ▶ `jump x`
 - springe zur Position x im Programm
 - setze Befehlszähler auf x
 - der nächste Befehl wird aus Register $R[x]$ gelesen
 - ▶ `jumpz x $R[i]$`
 - springe zu x falls $R[i] = 0$
 - falls nicht wird der Befehlszähler um 1 erhöht
 - ▶ `jumpi i`
 - springe zu $R[i]$ (indirekter Sprung);
- ▶ arithmetische Operationen: $+$, $-$, \times , $/$

Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Verzweigungen (inklusive Schleifen) abhängig von Vergleichen
 - ▶ `jump x`
 - springe zur Position x im Programm
 - setze Befehlszähler auf x
 - der nächste Befehl wird aus Register $R[x]$ gelesen
 - ▶ `jumpz $x R[i]$`
 - springe zu x falls $R[i] = 0$
 - falls nicht wird der Befehlszähler um 1 erhöht
 - ▶ `jumpi i`
 - springe zu $R[i]$ (indirekter Sprung);
- ▶ arithmetische Operationen: $+$, $-$, \times , $/$

Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Verzweigungen (inklusive Schleifen) abhängig von Vergleichen
 - ▶ `jump x`
springe zur Position x im Programm
setze Befehlszähler auf x
der nächste Befehl wird aus Register $R[x]$ gelesen
 - ▶ `jumpz $x R[i]$`
springe zu x falls $R[i] = 0$
falls nicht wird der Befehlszähler um 1 erhöht
 - ▶ `jumpi i`
springe zu $R[i]$ (indirekter Sprung);
- ▶ arithmetische Operationen: $+$, $-$, \times , $/$

Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Verzweigungen (inklusive Schleifen) abhängig von Vergleichen
 - ▶ jump x
springe zur Position x im Programm
setze Befehlszähler auf x
der nächste Befehl wird aus Register $R[x]$ gelesen
 - ▶ jumpz $x R[i]$
springe zu x falls $R[i] = 0$
falls nicht wird der Befehlszähler um 1 erhöht
 - ▶ jumpi i
springe zu $R[i]$ (indirekter Sprung);
- ▶ arithmetische Operationen: $+$, $-$, \times , $/$
 - ▶ $R[i] := R[j] + R[k];$
 - ▶ $R[i] := -R[k];$

Random Access Machine (RAM)

Operationen

- ▶ Verzweigungen (inklusive Schleifen) abhängig von Vergleichen
 - ▶ jump x
springe zur Position x im Programm
setze Befehlszähler auf x
der nächste Befehl wird aus Register $R[x]$ gelesen
 - ▶ jumpz $x R[i]$
springe zu x falls $R[i] = 0$
falls nicht wird der Befehlszähler um 1 erhöht
 - ▶ jumpi i
springe zu $R[i]$ (indirekter Sprung);
- ▶ arithmetische Operationen: $+$, $-$, \times , $/$
 - ▶ $R[i] := R[j] + R[k];$
 $R[i] := -R[k];$

Rechenmodell

Man nimmt normalerweise an, dass jeder Befehl eine Zeiteinheit kostet.

Komplexitätsschranken

Es gibt **unterschiedliche Komplexitätsschranken**:

- ▶ **best-case** Komplexität:

$$C_{bc}(n) := \min\{C(x) \mid |x| = n\}$$

Normalerweise einfach zu analysieren; nicht sehr hilfreich

- ▶ **worst-case** Komplexität:

$$C_{wc}(n) := \max\{C(x) \mid |x| = n\}$$

Standard. Manchmal zu pessimistisch.

- ▶ **average case** Komplexität:

$$C_{avg}(n) := \frac{1}{|I_n|} \sum_{|x|=n} C(x)$$

Manchmal schwierig zu analysieren.

Komplexitätsschranken

Es gibt **unterschiedliche Komplexitätsschranken**:

- ▶ **best-case** Komplexität:

$$C_{bc}(n) := \min\{C(x) \mid |x| = n\}$$

Normalerweise einfach zu analysieren; nicht sehr hilfreich

- ▶ **worst-case** Komplexität:

$$C_{wc}(n) := \max\{C(x) \mid |x| = n\}$$

Standard. Manchmal zu pessimistisch.

- ▶ **average case** Komplexität:

$$C_{avg}(n) := \frac{1}{|I_n|} \sum_{|x|=n} C(x)$$

Manchmal schwierig zu analysieren.

Komplexitätsschranken

Es gibt **unterschiedliche Komplexitätsschranken**:

- ▶ **best-case** Komplexität:

$$C_{bc}(n) := \min\{C(x) \mid |x| = n\}$$

Normalerweise einfach zu analysieren; nicht sehr hilfreich

- ▶ **worst-case** Komplexität:

$$C_{wc}(n) := \max\{C(x) \mid |x| = n\}$$

Standard. Manchmal zu pessimistisch.

- ▶ **average case** Komplexität:

$$C_{avg}(n) := \frac{1}{|I_n|} \sum_{|x|=n} C(x)$$

Manchmal schwierig zu analysieren.

Komplexitätsschranken

Es gibt **unterschiedliche Komplexitätsschranken**:

- ▶ **best-case** Komplexität:

$$C_{bc}(n) := \min\{C(x) \mid |x| = n\}$$

Normalerweise einfach zu analysieren; nicht sehr hilfreich

- ▶ **worst-case** Komplexität:

$$C_{wc}(n) := \max\{C(x) \mid |x| = n\}$$

Standard. Manchmal zu pessimistisch.

- ▶ **average case** Komplexität:

$$C_{avg}(n) := \frac{1}{|I_n|} \sum_{|x|=n} C(x)$$

Manchmal schwierig zu analysieren.