

Sortieren durch Einfügen

Gegeben: eine Folge von ganzen Zahlen.

Gesucht: die zugehörige aufsteigend sortierte Folge.

Idee:

- ▶ speichere die Folge in einem Feld ab;
- ▶ lege ein weiteres Feld an;
- ▶ füge der Reihe nach jedes Element des ersten Felds an der richtigen Stelle in das zweite Feld ein!

⇒ Sortieren durch Einfügen (**InsertionSort**)

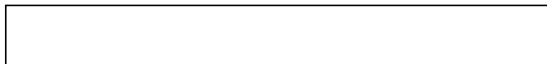
Beispiel

17	3	-2	9	0	1	7	42	5
----	---	----	---	---	---	---	----	---

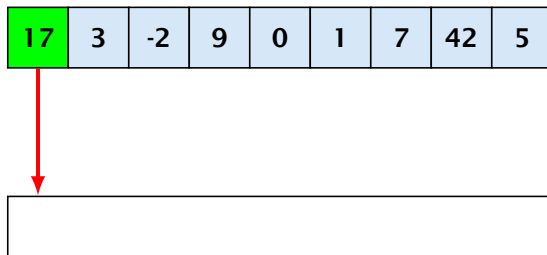
--

Beispiel

17	3	-2	9	0	1	7	42	5
----	---	----	---	---	---	---	----	---



Beispiel

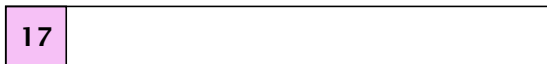
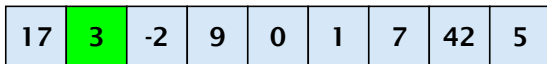


Beispiel

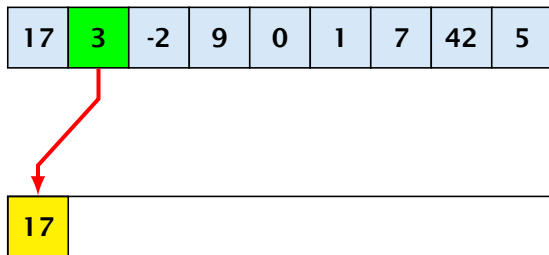
17	3	-2	9	0	1	7	42	5
----	---	----	---	---	---	---	----	---

17								
----	--	--	--	--	--	--	--	--

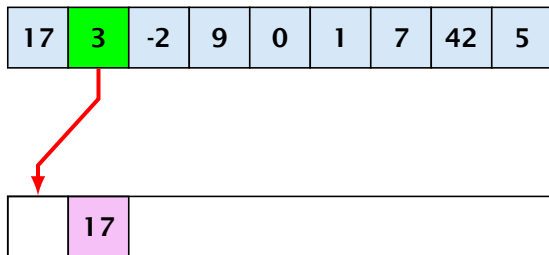
Beispiel



Beispiel



Beispiel

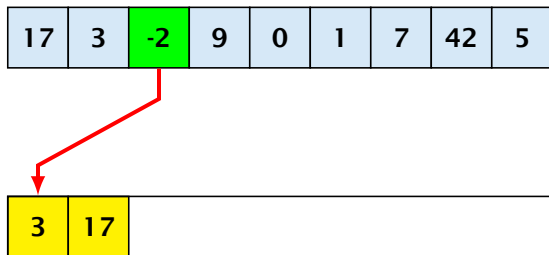


Beispiel

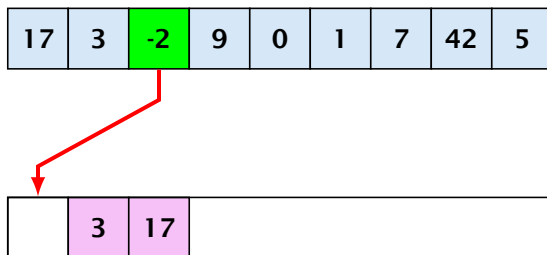
17	3	-2	9	0	1	7	42	5
----	---	----	---	---	---	---	----	---

3	17							
---	----	--	--	--	--	--	--	--

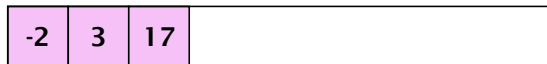
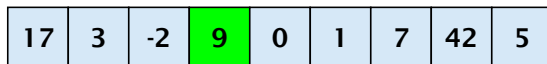
Beispiel



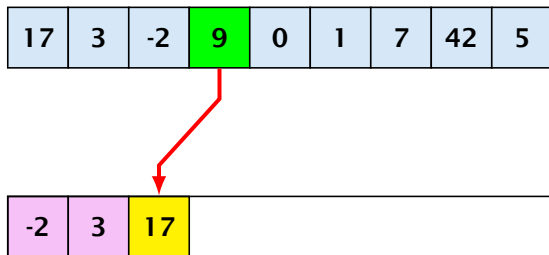
Beispiel



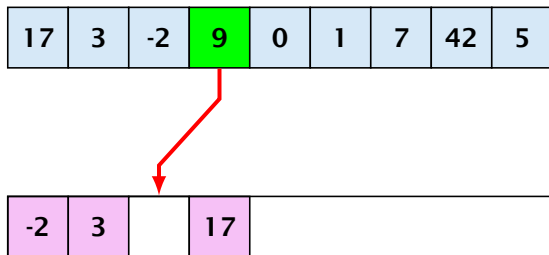
Beispiel



Beispiel



Beispiel

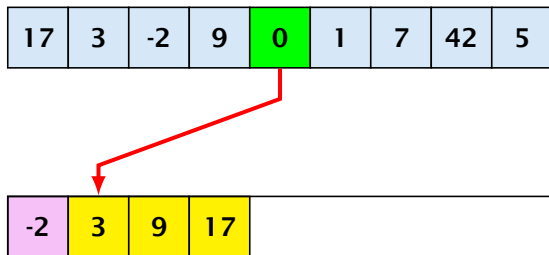


Beispiel

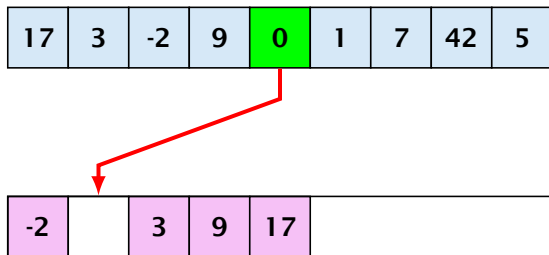
17	3	-2	9	0	1	7	42	5
----	---	----	---	---	---	---	----	---

-2	3	9	17					
----	---	---	----	--	--	--	--	--

Beispiel



Beispiel

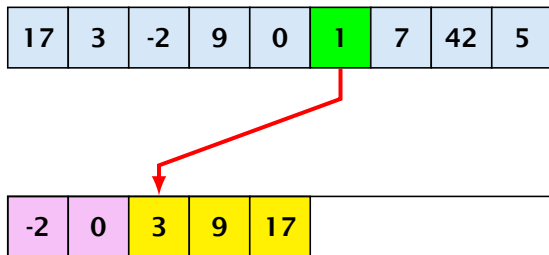


Beispiel

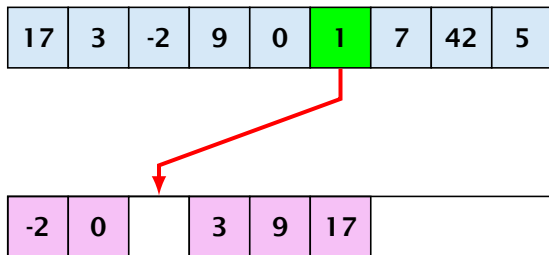
17	3	-2	9	0	1	7	42	5
----	---	----	---	---	---	---	----	---

-2	0	3	9	17				
----	---	---	---	----	--	--	--	--

Beispiel



Beispiel

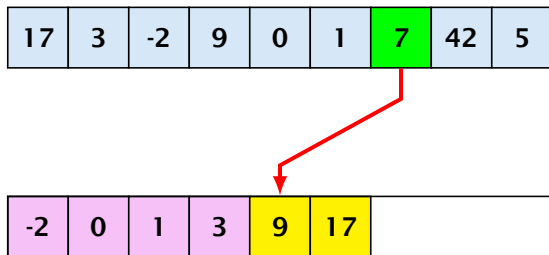


Beispiel

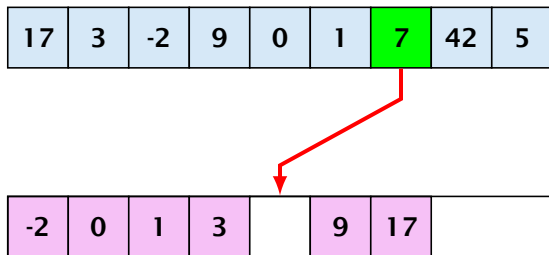
17	3	-2	9	0	1	7	42	5
----	---	----	---	---	---	---	----	---

-2	0	1	3	9	17			
----	---	---	---	---	----	--	--	--

Beispiel



Beispiel

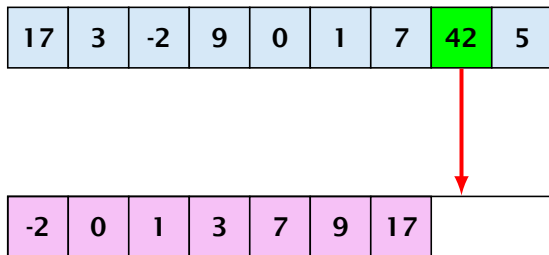


Beispiel

17	3	-2	9	0	1	7	42	5
----	---	----	---	---	---	---	----	---

-2	0	1	3	7	9	17	
----	---	---	---	---	---	----	--

Beispiel

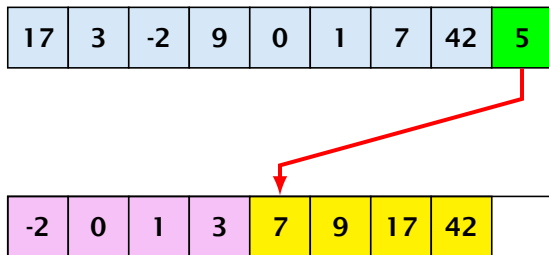


Beispiel

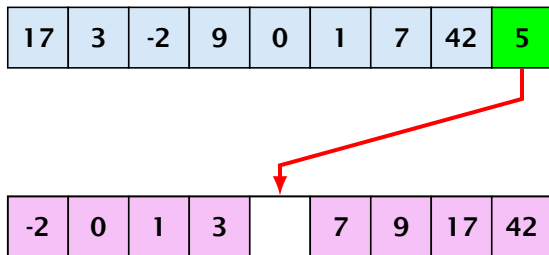
17	3	-2	9	0	1	7	42	5
----	---	----	---	---	---	---	----	---

-2	0	1	3	7	9	17	42	
----	---	---	---	---	---	----	----	--

Beispiel



Beispiel



Beispiel

17	3	-2	9	0	1	7	42	5
----	---	----	---	---	---	---	----	---

-2	0	1	3	5	7	9	17	42
----	---	---	---	---	---	---	----	----

Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:

17	3	-2	9	0	1	7	42	5
----	---	----	---	---	---	---	----	---

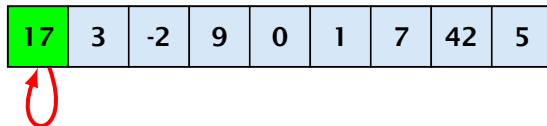
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:

17	3	-2	9	0	1	7	42	5
----	---	----	---	---	---	---	----	---

Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:

17	3	-2	9	0	1	7	42	5
----	---	----	---	---	---	---	----	---

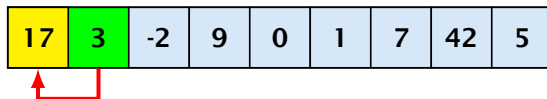
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:

17	3	-2	9	0	1	7	42	5
----	---	----	---	---	---	---	----	---

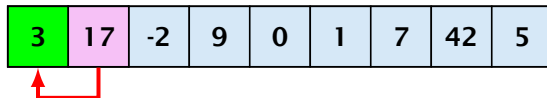
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



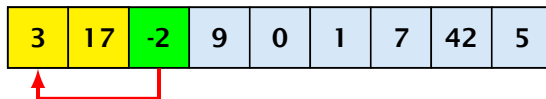
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:

3	17	-2	9	0	1	7	42	5
---	----	----	---	---	---	---	----	---

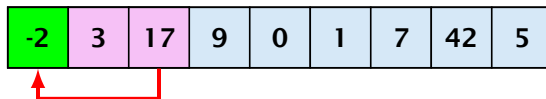
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



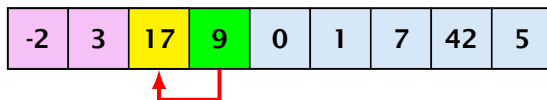
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:

-2	3	17	9	0	1	7	42	5
----	---	----	---	---	---	---	----	---

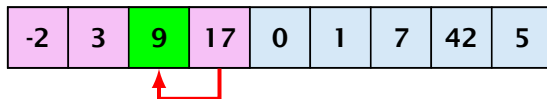
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



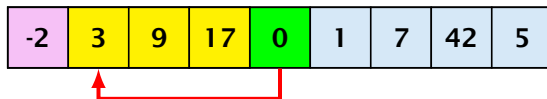
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:

-2	3	9	17	0	1	7	42	5
----	---	---	----	---	---	---	----	---

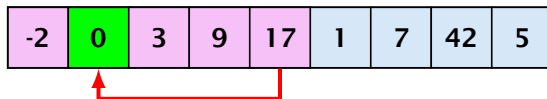
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



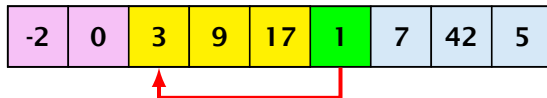
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:

-2	0	3	9	17	1	7	42	5
----	---	---	---	----	---	---	----	---

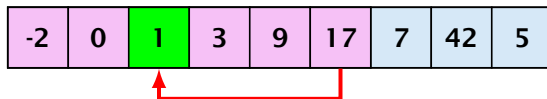
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



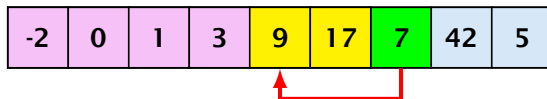
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:

-2	0	1	3	9	17	7	42	5
----	---	---	---	---	----	---	----	---

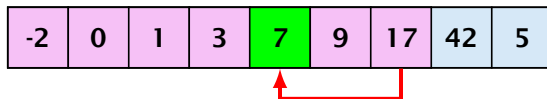
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



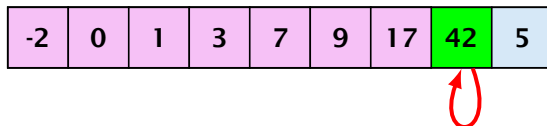
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:

-2	0	1	3	7	9	17	42	5
----	---	---	---	---	---	----	----	---

Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



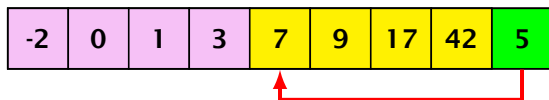
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:

-2	0	1	3	7	9	17	42	5
----	---	---	---	---	---	----	----	---

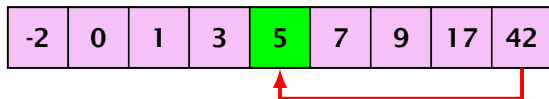
Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:



Beispiel

Wir brauchen kein zweites Array:

-2	0	1	3	5	7	9	17	42
----	---	---	---	---	---	---	----	----

Algorithmus: Insertion Sort

```
1 Input: Array A mit n Elementen
2 Output: Array A aufsteigend sortiert
3
4 InsertionSort(A)
5     j = 0;
6     while (j < n)
7         key = A[j];
8         i = j-1;
9         while (i >= 0 && A[i] > key)
10             A[i+1] = A[i];
11             i--;
12         A[i+1] = key;
13         j++;
```

InsertionSort

Laufzeit InsertionSort

Kostenübersicht		
Zeile	Kosten	Anzahl
5	$\mathcal{O}(1)$	1
6	$\mathcal{O}(1)$	$n + 1$
7	$\mathcal{O}(1)$	$n - 1$
8	$\mathcal{O}(1)$	t_j
9	$\mathcal{O}(1)$	$t_j - 1$
10	$\mathcal{O}(1)$	$t_j - 1$
11	$\mathcal{O}(1)$	n
12	$\mathcal{O}(1)$	n

t_j bezeichnet Anzahl der Abfragen der while-Bedingung in Zeile 8 für Durchlauf j

```
1 Input: Array A mit Laenge n
2 Output: sortiertes Array
3
4 InsertionSort(A)
5   j = 0;
6   while (j < n)
7     key = A[j];
8     i = j-1;
9     while (i >= 0 && A[i] > key)
10      A[i+1] = A[i];
11      i--;
12      A[i+1] = key;
13      j++;
```

Laufzeit InsertionSort

$$\begin{aligned} & \mathcal{O}(1) + (n+1)\mathcal{O}(1) + (n-1)\mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(1) \sum_{j=0}^{n-1} t_j + \\ & \mathcal{O}(1) \sum_{j=0}^{n-1} (t_j - 1) + \mathcal{O}(1) \sum_{j=0}^{n-1} (t_j - 1) + n\mathcal{O}(1) + n\mathcal{O}(1) \\ & = \mathcal{O}(1)n + \mathcal{O}(1) \sum_{j=0}^{n-1} t_j \\ & = \mathcal{O}\left(n + \sum_{j=0}^{n-1} t_j\right) \end{aligned}$$

Die Laufzeit hängt stark vom Input ab.

Laufzeit InsertionSort

Best-case:

Wenn das Array sortiert wird ist, ist $t_j = 1$.

⇒ Laufzeit: $\mathcal{O}(n)$.

Worst-case:

Wenn das Array absteigend sortiert ist, ist $t_j = j + 1$.

⇒ Laufzeit: $\mathcal{O}(n^2)$.

Beobachtung:

Wenn ein Element höchstens h Positionen von seiner Zielposition entfernt ist, dann ist $t_j \leq h + 1$.

⇒ Laufzeit: $\mathcal{O}(hn)$.