Definition Feld

Definition Feld

Ein Feld F ist eine Folge von n Datenelementen $(d_i)_{i=1,\ldots,n}$,

$$F = d_1, d_2, \ldots, d_n$$

mit $n \in \mathbb{N}_0$.

Die Datenelemente d_i sind beliebige Datentypen (z.B. primitive).

Beispiele:

- F sind die natürlichen Zahlen von 1 bis 10, aufsteigend geordnet:

$$F = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$$

- Ist $n = 0$, so ist das Feld leer.

Definition Feld

Operationen

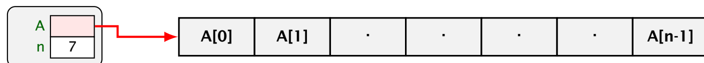
- `F.initialize()`: initialisiere leeres Feld `A`
- `F.elementAt(i)`: Zugriff auf `i`-tes Element von `A`.
  `i` muss zwischen `1` und `F.size()` liegen.
- `F.insert(d,i)`: füge Element `d` an Position `i` in Feld `A` ein.
  `i` muss zwischen `1` und `F.size()+1` liegen
- `F.erase(i)`: entferne `i`-tes Element aus Feld `A`.
- `F.size()`: gibt die Anzahl der Elemente des Feldes zurück

Ein abstrakter Datentyp wird im wesentlichen durch die auf ihn anwendbaren Operationen definiert.

Feld als Array

Repräsentation von Feld durch Array der Länge n

- Datenelemente werden in Array gespeichert
- einfacher Zugriff über index-operator (A[i])
- Hinzufügen/Löschen schwierig...



Achtung: Indizierung des Arrays startet bei 0!
A[i] enthält Element i+1 des Feldes

Eigenschaften von Arrays

Feld F mit Länge n als Array

Vorteile:

- direkter Zugriff auf Elemente in konstanter Zeit mittels `A[i]`
- sequentielles Durchlaufen sehr einfach

Nachteile:

- Verlängern des Feldes aufwendig
- Hinzufügen und Löschen von Elementen aufwendig

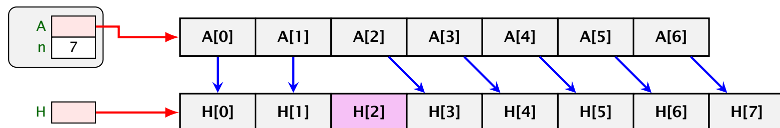
Hinzufügen eines Elementes

Gegeben: Feld F, Länge n, via Array implementiert

Gewünscht: Feld F, zusätzliches Element d_i an Position i; Elemente an Positionen $\geq i$ werden auf nächsthöhere Position verschoben

- neuen Speicher der Größe n+1 reservieren
- altes Array in neuen Speicher kopieren

Beispiel: `F.insert(12,3)` (einfügen an Position 3)



Implementierung: Feld via Array

```
3  class Feld {
4      int  n;
5      int* A;
6
7    public:
8      Feld() {
9          n = 0;
10         A = new int[n];
11     }
```

Implementierung: Feld via Array

```
13      void insert(int d, int i) {
14          int* H = new int[n+1];
15          for (int j=0; j<i-1; j++) {
16              H[j] = A[j];
17          }
18          H[i-1] = d;
19          for (int j=i-1; j<n; j++) {
20              H[j+1] = A[j];
21          }
22          delete[] A;
23          A = H;
24          n++;
25      }
```

Implementierung: Feld via Array

```
27      void erase(int i) {
28          int* H = new int[n-1];
29          for (int j=0; j<i-1; j++) {
30              H[j] = A[j];
31          }
32          for (int j=i; j<n; j++) {
33              H[j-1] = A[j];
34          }
35          delete[] A;
36          A = H;
37          n--;
38      }
```

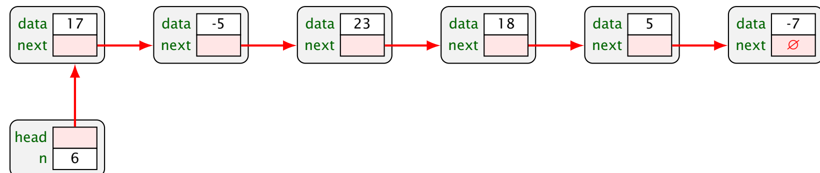
Implementierung: Feld via Array

```
40      int elementAt(int i) {
41          return A[i-1];
42      }
43
44      int size() {
45          return n;
46      }
47  };
```

Feld als einfach verkettete Liste

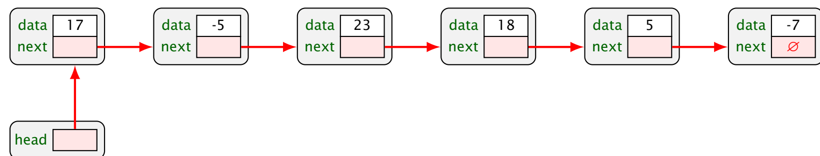
Repräsentation von Feld als verkettete Liste

- dynamische Anzahl von Datenelementen
- in linearer Reihenfolge gespeichert (nicht notwendigerweise zusammenhängend!)
- mit Referenzen oder Zeigern verkettet



auf Englisch: *linked list*

Verkettete Liste



Folge von miteinander verbundenen Elementen

jedes Element besteht aus

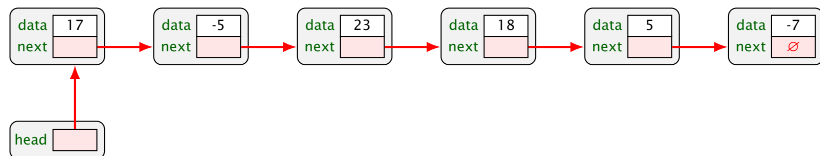
- **data**: Wert des Feldes an Position i
- **next**: Referenz auf das nächste Element

head ist Referenz auf erstes Element der Liste

letztes Element hat keinen Nachfolger

- symbolisiert durch null-Referenz

Verkettete Liste



Folge von miteinander verbundenen Elementen

jedes Element besteht aus

- **data**: Wert des Feldes an Position i
- **next**: Referenz auf das nächste Element

head ist Referenz auf erstes Element der Liste

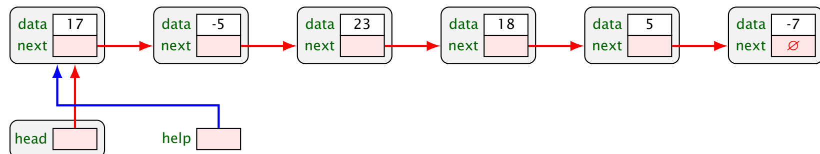
letztes Element hat keinen Nachfolger

- symbolisiert durch null-Referenz

Verketteter Liste – Zugriff auf Element

Zugriff auf Element i:

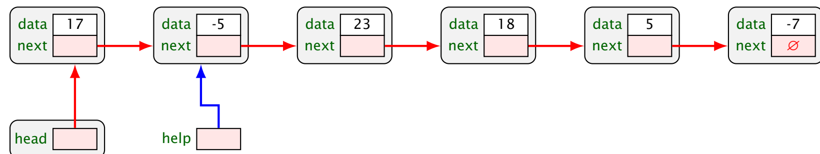
- beginne bei head-Referenz
- “vorhangeln” entlang next-Referenzen bis zum i-ten Element



Verketteter Liste – Zugriff auf Element

Zugriff auf Element i:

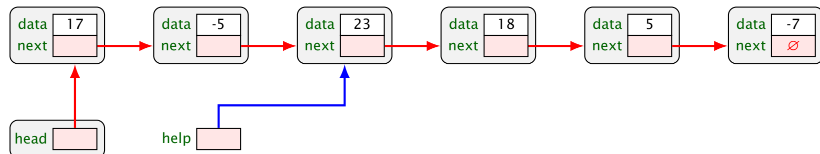
- beginne bei head-Referenz
- "vorhangeln" entlang next-Referenzen bis zum i-ten Element



Verketteter Liste – Zugriff auf Element

Zugriff auf Element i:

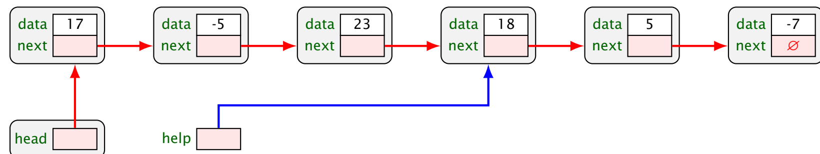
- beginne bei head-Referenz
- "vorhangeln" entlang next-Referenzen bis zum i-ten Element



Verketteter Liste – Zugriff auf Element

Zugriff auf Element i:

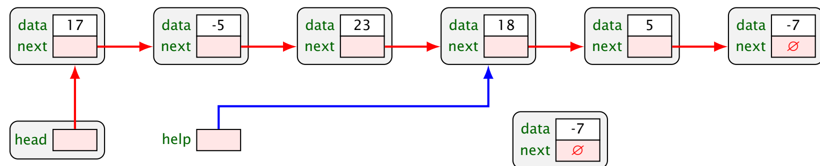
- beginne bei head-Referenz
- “vorhangeln” entlang next-Referenzen bis zum i-ten Element



Verketteter Liste – Einfügen nach Referenz

Einfügen nach Element i:

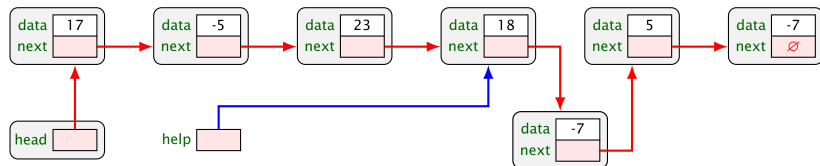
- beginne bei head-Referenz
- “vorhangeln” entlang next-Referenzen bis zum i-1-ten Element
- Referenzen umsetzen



Verketteter Liste – Einfügen nach Referenz

Einfügen nach Element i:

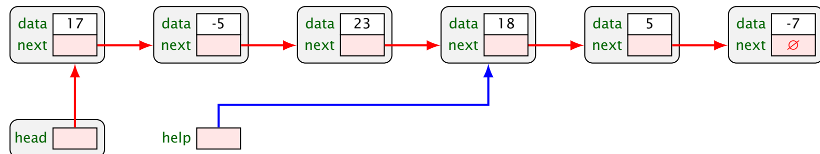
- beginne bei head-Referenz
- “vorhangeln” entlang next-Referenzen bis zum i-1-ten Element
- Referenzen umsetzen



Verketteter Liste – Löschen nach Referenz

Einfügen nach Element i:

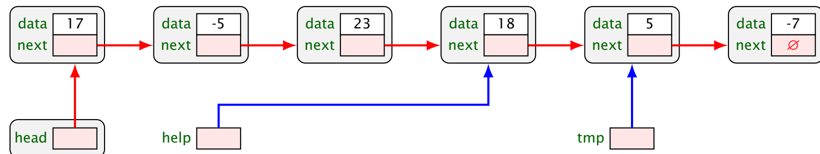
- beginne bei head-Referenz
- "vorhangeln" entlang next-Referenzen bis zum i-1-ten Element
- Referenzen umsetzen + Speicher freigeben



Verketteter Liste – Löschen nach Referenz

Einfügen nach Element i:

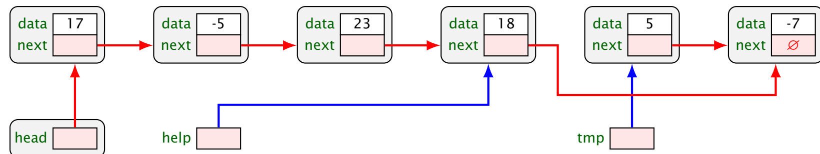
- beginne bei head-Referenz
- "vorhangeln" entlang next-Referenzen bis zum i-1-ten Element
- Referenzen umsetzen + Speicher freigeben



Verketteter Liste – Löschen nach Referenz

Einfügen nach Element i:

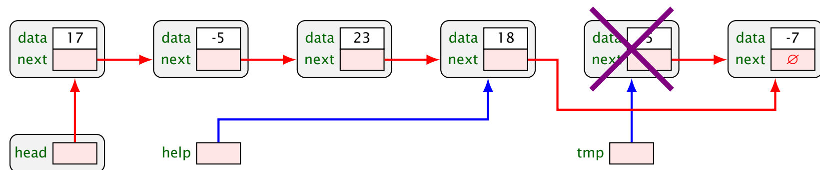
- beginne bei head-Referenz
- "vorhangeln" entlang next-Referenzen bis zum i-1-ten Element
- Referenzen umsetzen + Speicher freigeben



Verketteter Liste – Löschen nach Referenz

Einfügen nach Element i:

- beginne bei head-Referenz
- "vorhangeln" entlang next-Referenzen bis zum i-1-ten Element
- Referenzen umsetzen + Speicher freigeben



Implementierung: Feld via Liste

```
4  struct Node {
5      int data;
6      Node *next;
7
8      Node(int d, Node* n) {
9          data = d;
10         next = n;
11     }
12 };
```

Implementierung: Feld via Liste

```
14 class Feld {
15     int n;
16     Node *head;
17   public:
18
19     Feld() { // erzeuge leeres Feld
20         n    = 0;
21         head = NULL;
22     }
23
24     int size() { return n; }
25
26     int elementAt(int i) {
27         Node* h = head;
28         while (i-- > 1)
29             h = h->next;
30         return h->data;
31     }
```

Implementierung: Feld via Liste

```
33     void insert(int d, int i) {
34         Node* tmp = new Node(d, NULL);
35         n++;
36         if (i == 1) {
37             tmp->next = head;
38             head      = tmp;
39             return;
40         }
41         Node* h = head;
42         i--;
43         while (i-- > 1)
44             h = h->next;
45         tmp->next = h->next;
46         h->next   = tmp;
47     }
```

Implementierung: Feld via Liste

```
49     void erase(int i) {
50         n--;
51         if (i == 1) {
52             Node* tmp = head;
53             head = head->next;
54             delete tmp;
55             return;
56         }
57         Node* h = head;
58         i--;
59         while (i-- > 1)
60             h = h->next;
61         Node* tmp = h->next;
62         h->next = h->next->next;
63         delete tmp;
64     }
65 }; // end class
```

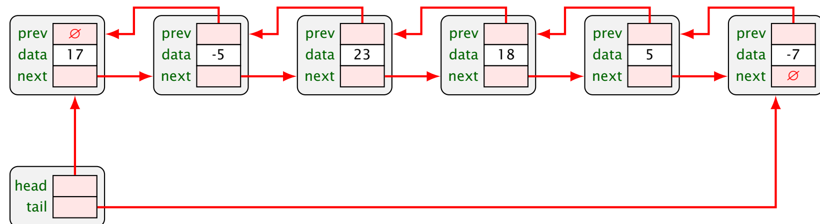
Gegenüberstellung Array und verkettete Liste

	Array		Verkettete Liste
⊕	Direkter Zugriff auf i-tes Element	⊖	Zugriff auf i-tes Element erfordert i Iterationen
⊕	sequentielles Durchlaufen sehr einfach	⊕	sequentielles Durchlaufen sehr einfach
⊖	statische Länge, kann Speicher verschwenden	⊕	dynamische Länge
		⊖	zusätzlicher Speicher für Zeiger benötigt
⊖	Einfügen/Löschen erfordert erheblich Kopieraufwand	⊕	Einfügen/Löschen einfach

Feld als doppelt verkettete Liste

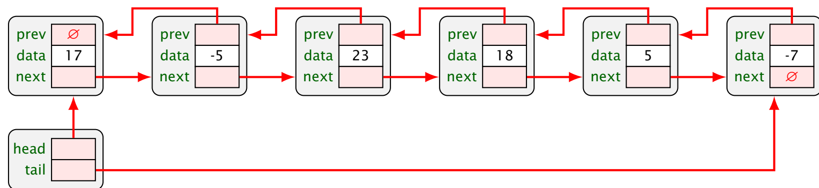
Repräsentation von Feld A als doppelt verkettete Liste

- verkettete Liste
- jedes Element mit Referenzen doppelt verkettet



auf Englisch: *doubly linked list*

Doppelt verkettete Liste



Folge von miteinander verbundenen Elementen

Jedes Element besteht aus

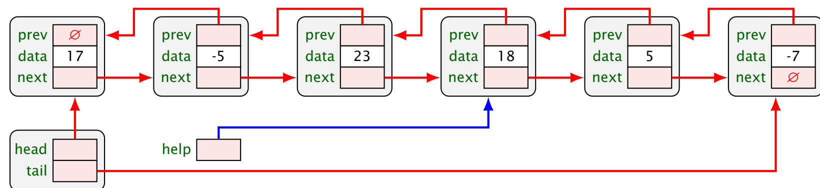
- `data`: Wert des Feldes
- `next`: Referenz auf das nächste Element
- `prev`: Referenz auf das vorherige Element

`head`/`tail` sind Referenzen auf erstes/letztes Element; diese haben keinen Nachfolger bzw. keinen Vorgänger.

Operationen auf doppelt verketteter Liste

Löschen von Element i:

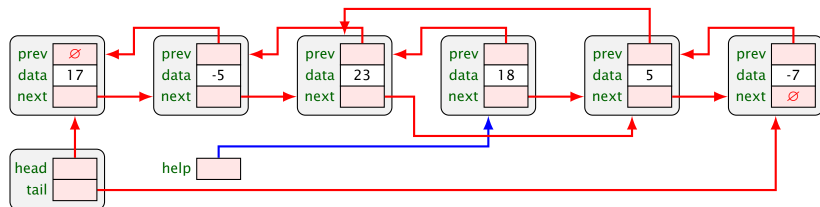
- Zugriff auf Element `i`
- umhängen von Referenzen
- Speicherplatz freigeben



Operationen auf doppelt verketteter Liste

Löschen von Element i:

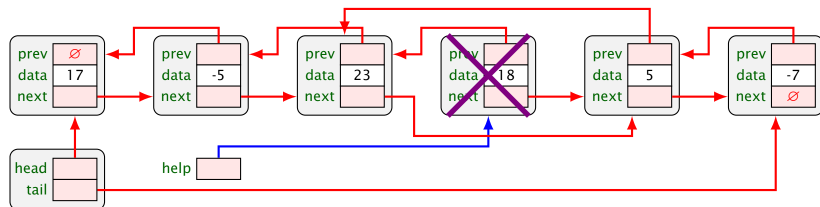
- Zugriff auf Element i
- umhängen von Referenzen
- Speicherplatz freigeben



Operationen auf doppelt verketteter Liste

Löschen von Element i:

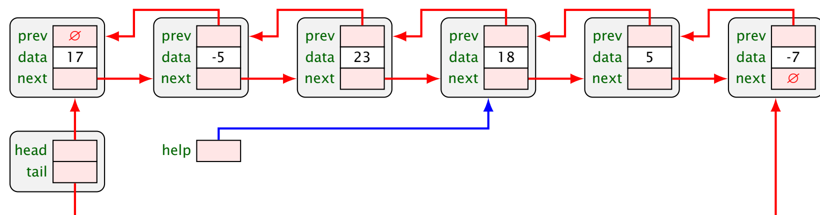
- Zugriff auf Element i
- umhängen von Referenzen
- Speicherplatz freigeben



Operationen auf doppelt verketteter Liste

Einfügen von Element an Stelle i:

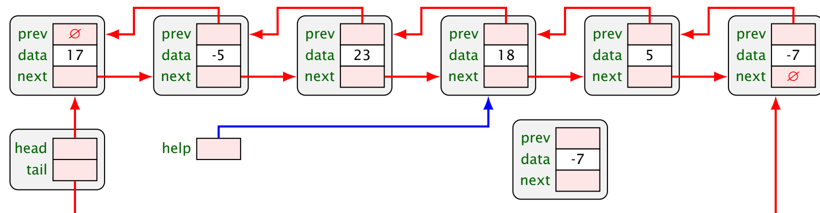
- Zugriff auf Element `i-1`
- umhängen von Referenzen



Operationen auf doppelt verketteter Liste

Einfügen von Element an Stelle i:

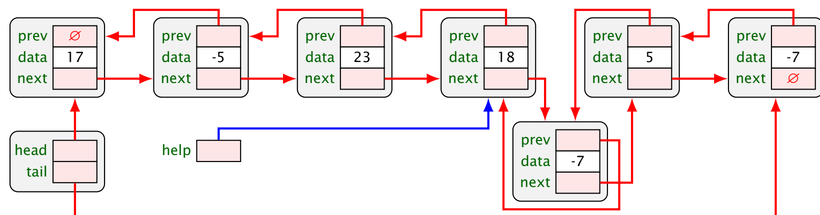
- Zugriff auf Element `i-1`
- umhängen von Referenzen



Operationen auf doppelt verketteter Liste

Einfügen von Element an Stelle i:

- Zugriff auf Element `i-1`
- umhängen von Referenzen



Eigenschaften doppelt verkettete Liste

Doppelt verkettete Liste

Vorteile:

- Durchlauf in beiden Richtungen möglich
- Einfügen/Löschen potentiell einfacher, da man sich Vorgänger nicht extra merken muss

Nachteile:

- zusätzlicher Speicher erforderlich für zwei Referenzen
- Referenzverwaltung komplizierter und fehleranfällig

Zusammenfassung Felder

Ein **Feld** A kann repräsentiert werden als:

- **Array**
- **verkettete Liste** (linked list)
- **doppelt verkettete Liste** (doubly linked list)

Eigenschaften:

- einfach und flexibel
- aber manche Operationen aufwendig

Zusammenfassung Felder

Ein **Feld** A kann repräsentiert werden als:

- **Array**
- **verkettete Liste** (linked list)
- **doppelt verkettete Liste** (doubly linked list)

Eigenschaften:

- einfach und flexibel
- aber manche Operationen aufwendig

Definition Abstrakter Datentyp

Abstrakter Datentyp (englisch: abstract data type, ADT) Ein abstrakter Datentyp ist ein mathematisches **Modell** für bestimmte Datenstrukturen mit vergleichbarem Verhalten.

Ein abstrakter Datentyp wird indirekt definiert über

- mögliche Operationen auf ihm sowie
- mathematische Bedingungen (oder: constraints) über die Auswirkungen der Operationen (u.U. auch die Kosten der Operationen).

Beispiel abstrakter Datentyp: abstrakte Variable

Abstrakte Variable V ist eine veränderliche Dateneinheit mit zwei Operationen

- `load(V)` liefert einen Wert
- `store(V, x)` wobei x ein Wert ist

und der Bedingung

- `load(V)` liefert immer den Wert x der letzten Operation `store(V, x)`

Beispiel abstrakter Datentyp: abstrakte Liste (Teil 1)

Abstrakte Liste `L` ist ein Datentyp

mit Operationen

- `pushFront(L, x)` liefert eine Liste
- `front(L)` liefert ein Element
- `rest(L)` liefert eine Liste

und den Bedingungen

- ist `x` Element, `L` Liste, dann liefert `front(pushFront(L, x))` das Element x.
- ist `x` Element, `L` Liste, dann liefert `rest(pushFront(L, x))` die Liste `L`.

Beispiel abstrakter Datentyp: abstrakte Liste (Teil 2)

Abstrakte Liste L. Weitere Operationen sind

- isEmpty(L) liefert true oder false
- initialize() liefert eine Listeninstanz

mit den Bedingungen

- initialize() $\neq$ L für jede Liste L (d.h. jede neue Liste ist separat von alten Listen)
- isEmpty(initialize()) == true (d.h. eine neue Liste ist leer)
- isEmpty(pushFront(L, x)) == false (d.h. eine Liste ist nach einem pushFront nicht leer)

Definition Stack

Stack (oder deutsch: Stapel, Keller) Ein Stack ist ein abstrakter Datentyp. Er beschreibt eine spezielle Listenstruktur nach dem Last In – First Out (LIFO) Prinzip mit den Eigenschaften

- löschen, einfügen ist nur **am Ende** der Liste erlaubt,
- nur das **letzte Element** darf manipuliert werden.

Definition Stack

Stack (oder deutsch: Stapel, Keller) Ein Stack ist ein abstrakter Datentyp. Er beschreibt eine spezielle Listenstruktur nach dem Last In – First Out (LIFO) Prinzip mit den Eigenschaften

- löschen, einfügen ist nur **am Ende** der Liste erlaubt,
- nur das **letzte Element** darf manipuliert werden.

Operationen auf Stacks:

- `push`: legt ein Element auf den Stack (einfügen)
- `pop`: entfernt das letzte Element vom Stack (löschen)
- `top`: liefert das letzte Stack-Element
- `isEmpty`: liefert `true` falls Stack leer
- `initialize`: Stack erzeugen und in Anfangszustand (leer) setzen

Definition Stack

Stack (oder deutsch: Stapel, Keller) Ein Stack ist ein abstrakter Datentyp. Er beschreibt eine spezielle Listenstruktur nach dem Last In – First Out (LIFO) Prinzip mit den Eigenschaften

- löschen, einfügen ist nur **am Ende** der Liste erlaubt,
- nur das **letzte Element** darf manipuliert werden.

Definition Stack (exakter)

Stack S ist ein abstrakter Datentyp mit Operationen

- `pop(S)` liefert einen Wert
- `push(S, x)` wobei `x` ein Wert

mit der Bedingung

- ist `x` Wert und `V` Variable, dann ist die Sequenz `push(S, x); V = pop(S);` äquivalent zu `V = x;`

Definition Stack (exakter)

Stack S ist ein abstrakter Datentyp mit Operationen

- `pop(S)` liefert einen Wert
- `push(S, x)` wobei `x` ein Wert

mit der Bedingung

- ist `x` Wert und `V` Variable, dann ist die Sequenz `push(S, x); V = pop(S);` äquivalent zu `V = x;`

sowie der Operation

- `top(S)` liefert einen Wert

mit der Bedingung

- ist `x` Wert und `V` Variable, dann ist die Sequenz `push(S, x); V = top(S);` äquivalent zu `push(S, x); V = x;`

Definition Stack (exakter, Teil 2)

Stack S. Weitere Operationen sind

- `isEmpty(S)` liefert `true` oder `false`
- `initialize()` liefert eine Stackinstanz

mit den Bedingungen

- `initialize()` $\neq$ `S` für jeden Stack `S` (d.h. jeder neue Stack ist separat von alten Stacks)
- `isEmpty(initialize()) == true` (d.h. ein neuer Stack ist leer)
- `isEmpty(push(S, x)) == false` (d.h. ein Stack nach push ist nicht leer)

Anwendungsbeispiele Stack

Call-Stack bei Funktionsaufrufen

Einfache Vorwärts- / Rückwärts Funktion in Software

- z.B. im Internet-Browser

Syntaxanalyse eines Programms

- z.B. zur Erkennung von Syntax-Fehlern durch Compiler

Auswertung arithmetischer Ausdrücke

Auswertung arithmetischer Ausdrücke

Gegeben sei ein vollständig geklammerter, einfacher arithmetischer Ausdruck mit Bestandteilen Zahl, +, *, =

Beispiel: (3 * (4 + 5)) =

Auswertung arithmetischer Ausdrücke

Gegeben sei ein vollständig geklammerter, einfacher arithmetischer Ausdruck mit Bestandteilen Zahl, +, *, =

Beispiel: (3 * (4 + 5)) =

Schema:

- arbeite Ausdruck von links nach rechts ab, speichere jedes Zeichen ausser) und = in Stack S
- bei) werte die 3 obersten Elemente von S aus, dann entferne die passende Klammer (vom Stack S und speichere Ergebnis in Stack S
- bei = steht das Ergebnis im obersten Stack-Element von S

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke

$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

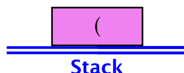
Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke

Stack

(	(	(	3	+	1	)	·	7	)	+	(	14	−	3	)	)

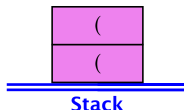
$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



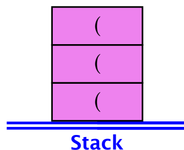
$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



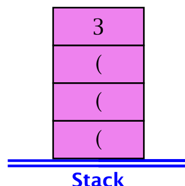
$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



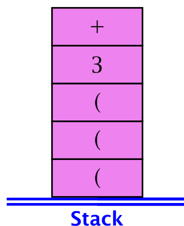
$$(((3+1)\cdot 7)+(14-3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



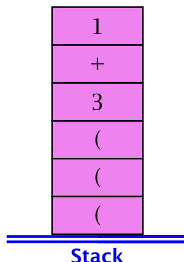
$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



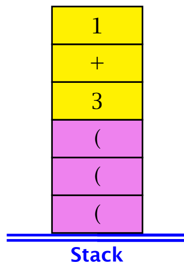
$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



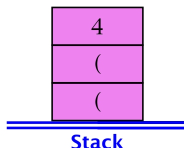
$$(((3+1)\cdot 7)+(14-3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



$$(((3+1)\cdot 7)+(14-3))$$

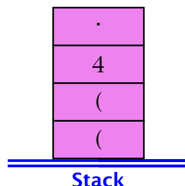
Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



(	(	(	3	+	1	)	·	7	)	+	(	14	−	3	)	)

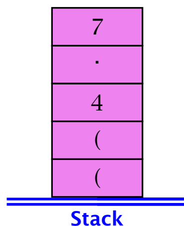
$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



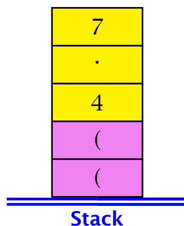
$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



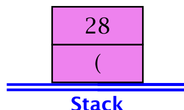
$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



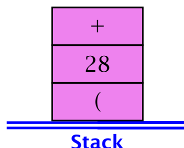
$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



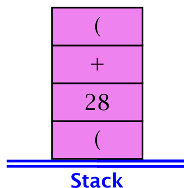
$$(((3+1)\cdot 7)+(14-3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



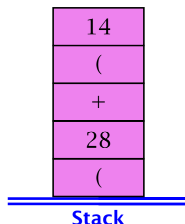
$$(((3+1)\cdot 7)+(14-3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



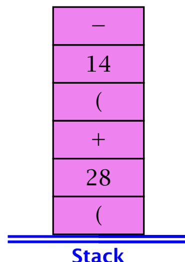
$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



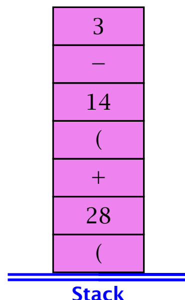
$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



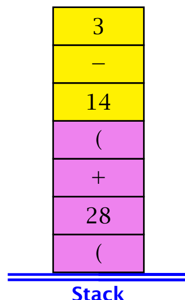
$$(((3+1)\cdot 7)+(14-3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



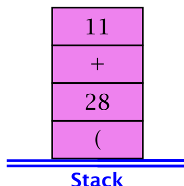
$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



$$(((3+1)\cdot 7)+(14-3))$$

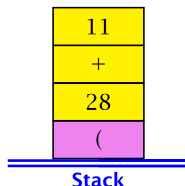
Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



(	(	(	3	+	1	)	·	7	)	+	(	14	−	3	)	)

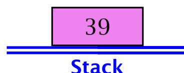
$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

Beispiel: Auswertung arithmetischer Ausdrücke



$$(((3 + 1) \cdot 7) + (14 - 3))$$

Implementation Stack

Stack ist abstrakter Datentyp.

- Implementation ist nicht festgelegt
- nur Operationen und Bedingungen sind festgelegt

Implementation Stack

Stack ist abstrakter Datentyp.

- Implementation ist nicht festgelegt
- nur Operationen und Bedingungen sind festgelegt

Stack kann auf viele Arten implementiert werden, zum Beispiel als:

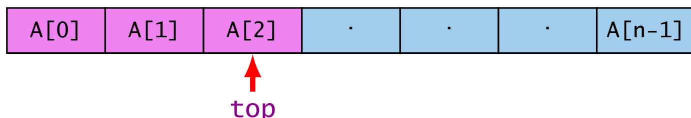
- Array
- verkettete Liste

Implementation Stack via Array

Stack-Elemente im Array (Länge n) speichern

oberstes Stack-Element merken mittels Variable top

falls Stack **leer** ist top == -1

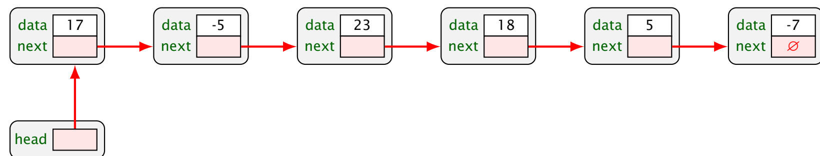


- push(x) inkrementiert top und speichert x in A[top]
- pop() liefert A[top] zurück und dekrementiert top
- top() liefert A[top] zurück

Implementation Stack als verkettete Liste

Stack-Elemente speichern in verketteter Liste

oberstes Stack-Element wird durch head-Referenz markiert



- push(x) fügt Element an erster Position ein
- pop() liefert Element an erster Position zurück und entfernt es
- top() liefert Element an erster Position zurück

Zusammenfassung Stack

Stack ist abstrakter Datentyp als Metapher für einen Stapel

- wesentliche Operationen: **push, pop**

Implementation als Array

- fixe Größe (entweder Speicher verschwendet oder zu klein)
- push, pop sehr effizient

Implementation als verkettete Liste

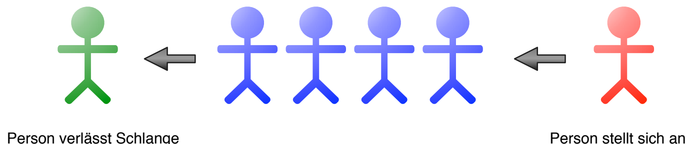
- dynamische Größe, aber Platz für Zeiger “verschwendet”
- push, pop effizient
- eventuell nicht cache-effizient

Definition Queue

Queue (oder deutsch: Warteschlange)

Eine Queue ist ein abstrakter Datentyp. Sie beschreibt eine spezielle Listenstruktur nach dem First In – First Out (FIFO) Prinzip mit den Eigenschaften

- einfügen ist nur **am Ende** der Liste erlaubt,
- entfernen ist nur **am Anfang** der Liste erlaubt.



Definition Queue

Queue (oder deutsch: Warteschlange)

Eine Queue ist ein abstrakter Datentyp. Sie beschreibt eine spezielle Listenstruktur nach dem First In – First Out (FIFO) Prinzip mit den Eigenschaften

- einfügen ist nur **am Ende** der Liste erlaubt,
- entfernen ist nur **am Anfang** der Liste erlaubt.

Operationen auf Queues:

- `enqueue`: fügt ein Element am Ende der Schlange hinzu
- `dequeue`: entfernt das erste Element der Schlange
- `isEmpty`: liefert `true` falls Queue leer
- `initialize`: Queue erzeugen und in Anfangszustand (leer) setzen

Definition Queue (exakter)

Queue `Q` ist ein abstrakter Datentyp mit Operationen

- `dequeue(Q)` liefert einen Wert
- `enqueue(Q, x)` wobei `x` ein Wert
- `isEmpty(Q)` liefert `true` oder `false`
- `initialize` liefert eine Queue Instanz

und mit Bedingungen

- ist `x` Wert, `V` Variable, `Q` **leere** Queue, dann ist Sequenz `enqueue(Q, x); V=dequeue(Q);` äquivalent zu `V=x`.
- sind `x,y` Werte, `V` Variable und `Q` Queue, dann ist Sequenz `enqueue(Q, x); enqueue(Q, y); V=dequeue(Q)` äquivalent zu `enqueue(Q,x); V=dequeue(Q); enqueue(Q, y)`
- `initialize()` $\neq$ `Q` für jede Queue `Q`
- `isEmpty(initialize()) == true`
- `isEmpty(enqueue(Q, x)) == false`

Definition Queue (exakter)

Queue `Q` ist ein abstrakter Datentyp mit Operationen

- `dequeue(Q)` liefert einen Wert
- `enqueue(Q, x)` wobei `x` ein Wert
- `isEmpty(Q)` liefert `true` oder `false`
- `initialize` liefert eine Queue Instanz

und mit Bedingungen

- ist `x` Wert, `V` Variable, `Q` **leere** Queue, dann ist Sequenz
  `enqueue(Q, x); V=dequeue(Q);` äquivalent zu `V=x`.
- sind `x,y` Werte, `V` Variable und `Q` Queue, dann ist Sequenz
  `enqueue(Q, x); enqueue(Q, y); V=dequeue(Q)`
  äquivalent zu `enqueue(Q,x); V=dequeue(Q);`
  `enqueue(Q, y)`
- `initialize()` $\neq$ `Q` für jede Queue `Q`
- `isEmpty(initialize()) == true`
- `isEmpty(enqueue(Q, x)) == false`

Definition Queue (exakter)

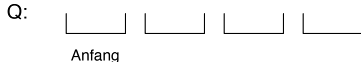
Queue `Q` ist ein abstrakter Datentyp mit Operationen

- `dequeue(Q)` liefert einen Wert
- `enqueue(Q, x)` wobei `x` ein Wert
- `isEmpty(Q)` liefert `true` oder `false`
- `initialize` liefert eine Queue Instanz

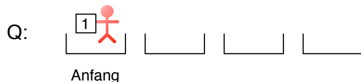
und mit Bedingungen

- ist `x` Wert, `V` Variable, `Q` **leere** Queue, dann ist Sequenz `enqueue(Q, x); V=dequeue(Q);` äquivalent zu `V=x`.
- sind `x,y` Werte, `V` Variable und `Q` Queue, dann ist Sequenz `enqueue(Q, x); enqueue(Q, y); V=dequeue(Q)` äquivalent zu `enqueue(Q,x); V=dequeue(Q); enqueue(Q, y)`
- `initialize()` $\neq$ `Q` für jede Queue Q
- `isEmpty(initialize()) == true`
- `isEmpty(enqueue(Q, x)) == false`

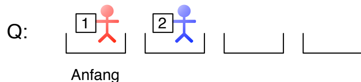
Beispiel: Queue



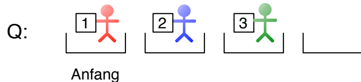
Q = initialize();



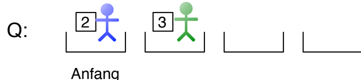
enqueue(1);



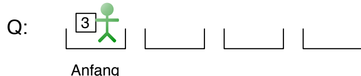
enqueue(2);



enqueue(3);



dequeue();



dequeue();

Anwendungsbeispiele Queue

- Druckerwarteschlange
- Playlist von iTunes (oder ähnlichem Musikprogramm)
- Kundenaufträge bei Webshops
- Warteschlange für Prozesse im Betriebssystem (Multitasking)

Anwendungsbeispiel Stack und Queue

Palindrom
Ein Palindrom ist eine Zeichenkette, die von vorn und von hinten gelesen gleich bleibt.

Beispiel: Reittier

Erkennung ob Zeichenkette ein Palindrom ist

- ein **Stack** kann die Reihenfolge der Zeichen umkehren
- eine **Queue** behält die Reihenfolge der Zeichen

Palindromerkennung

```
1  Input: Zeichenkette str mit Laenge n
2  Output: true falls str Palindrom; sonst false
3
4  Stack S;
5  Queue Q;
6
7  i = 0;
8  while (i<n)
9      S.push(str[i]);
10     Q.enqueue(str[i]);
11     i++;
12 i = 0;
13 while (i<n)
14     s = S.pop();
15     q = Q.dequeue();
16     if (s != q) return false;
17     i++;
18 return true;
```

Implementation Queue

Auch Queue ist abstrakter Datentyp.

- Implementation ist nicht festgelegt
- nur Operationen und Bedingungen sind festgelegt

Queue kann auf viele Arten implementiert werden, zum Beispiel als:

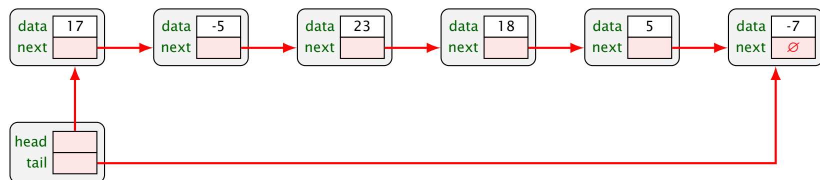
- verkettete Liste
- Array

Implementation Queue als verkettete Liste

Queue-Elemente speichern in verketteter Liste

Anfang der Queue wird durch head-Referenz markiert

Ende der Queue wird durch extra tail-Referenz markiert



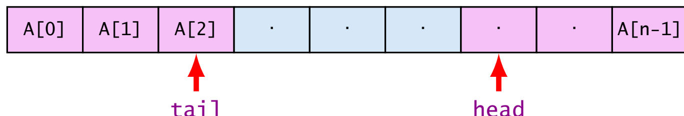
- enqueue(x) fügt Element bei head-Referenz ein
- dequeue() liefert Element bei tail-Referenz zurück und entfernt es

Implementation Queue via Array

Queueelemente in Array (Länge n) speichern

Anfang der Queue wird durch Index head markiert

Ende der Queue wird durch Index tail markiert



- enqueue(x) fügt Element bei Index (tail+1)%n ein
- dequeue liefert Element bei Index head zurück und entfernt es durch Inkrement von head (head=(head+1)%n)

Implementation Queue als zwei Stacks

Queue `Q` kann mittels zwei Stacks implementiert werden

erster Stack `inbox` wird für `enqueue` benutzt:

- `Q.enqueue(x)` resultiert in `inbox.push(x)`

zweiter Stack `outbox` wird für `dequeue` benutzt:

- falls `outbox` leer, kopiere alle Elemente von `inbox` zu outbox: `outbox.push( inbox.pop() )`
- `Q.dequeue()` liefert `outbox.pop()` zurück

Implementation Queue als zwei Stacks

Queue `Q` kann mittels zwei Stacks implementiert werden

erster Stack `inbox` wird für `enqueue` benutzt:

- `Q.enqueue(x)` resultiert in `inbox.push(x)`

zweiter Stack `outbox` wird für `dequeue` benutzt:

- falls `outbox` leer, kopiere alle Elemente von `inbox` zu outbox: `outbox.push( inbox.pop() )`
- `Q.dequeue()` liefert `outbox.pop()` zurück

Implementation Queue als zwei Stacks

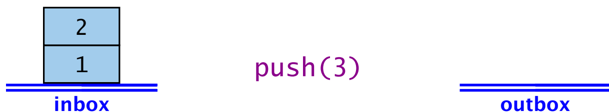
Queue `Q` kann mittels zwei Stacks implementiert werden

erster Stack `inbox` wird für `enqueue` benutzt:

- `Q.enqueue(x)` resultiert in `inbox.push(x)`

zweiter Stack `outbox` wird für `dequeue` benutzt:

- falls `outbox` leer, kopiere alle Elemente von `inbox` zu outbox: `outbox.push( inbox.pop() )`
- `Q.dequeue()` liefert `outbox.pop()` zurück



Implementation Queue als zwei Stacks

Queue `Q` kann mittels zwei Stacks implementiert werden

erster Stack `inbox` wird für `enqueue` benutzt:

- `Q.enqueue(x)` resultiert in `inbox.push(x)`

zweiter Stack `outbox` wird für `dequeue` benutzt:

- falls `outbox` leer, kopiere alle Elemente von `inbox` zu outbox: `outbox.push( inbox.pop() )`
- `Q.dequeue()` liefert `outbox.pop()` zurück

Implementation Queue als zwei Stacks

Queue `Q` kann mittels zwei Stacks implementiert werden

erster Stack `inbox` wird für `enqueue` benutzt:

- `Q.enqueue(x)` resultiert in `inbox.push(x)`

zweiter Stack `outbox` wird für `dequeue` benutzt:

- falls `outbox` leer, kopiere alle Elemente von `inbox` zu outbox: `outbox.push( inbox.pop() )`
- `Q.dequeue()` liefert `outbox.pop()` zurück

Implementation Queue als zwei Stacks

Queue `Q` kann mittels zwei Stacks implementiert werden

erster Stack `inbox` wird für `enqueue` benutzt:

- `Q.enqueue(x)` resultiert in `inbox.push(x)`

zweiter Stack `outbox` wird für `dequeue` benutzt:

- falls `outbox` leer, kopiere alle Elemente von `inbox` zu outbox: `outbox.push( inbox.pop() )`
- `Q.dequeue()` liefert `outbox.pop()` zurück

Implementation Queue als zwei Stacks

Queue `Q` kann mittels zwei Stacks implementiert werden

erster Stack `inbox` wird für `enqueue` benutzt:

- `Q.enqueue(x)` resultiert in `inbox.push(x)`

zweiter Stack `outbox` wird für `dequeue` benutzt:

- falls `outbox` leer, kopiere alle Elemente von `inbox` zu outbox: `outbox.push( inbox.pop() )`
- `Q.dequeue()` liefert `outbox.pop()` zurück

Implementation Queue als zwei Stacks

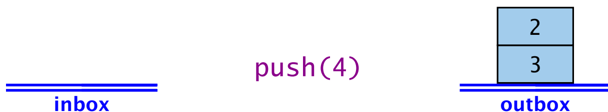
Queue `Q` kann mittels zwei Stacks implementiert werden

erster Stack `inbox` wird für `enqueue` benutzt:

- `Q.enqueue(x)` resultiert in `inbox.push(x)`

zweiter Stack `outbox` wird für `dequeue` benutzt:

- falls `outbox` leer, kopiere alle Elemente von `inbox` zu outbox: `outbox.push( inbox.pop() )`
- `Q.dequeue()` liefert `outbox.pop()` zurück



Implementation Queue als zwei Stacks

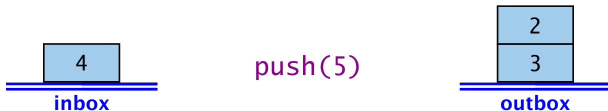
Queue `Q` kann mittels zwei Stacks implementiert werden

erster Stack `inbox` wird für `enqueue` benutzt:

- `Q.enqueue(x)` resultiert in `inbox.push(x)`

zweiter Stack `outbox` wird für `dequeue` benutzt:

- falls `outbox` leer, kopiere alle Elemente von `inbox` zu outbox: `outbox.push( inbox.pop() )`
- `Q.dequeue()` liefert `outbox.pop()` zurück



Implementation Queue als zwei Stacks

Queue `Q` kann mittels zwei Stacks implementiert werden

erster Stack `inbox` wird für `enqueue` benutzt:

- `Q.enqueue(x)` resultiert in `inbox.push(x)`

zweiter Stack `outbox` wird für `dequeue` benutzt:

- falls `outbox` leer, kopiere alle Elemente von `inbox` zu outbox: `outbox.push( inbox.pop() )`
- `Q.dequeue()` liefert `outbox.pop()` zurück

Implementation Queue als zwei Stacks

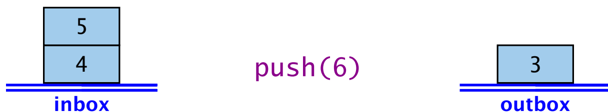
Queue `Q` kann mittels zwei Stacks implementiert werden

erster Stack `inbox` wird für `enqueue` benutzt:

- `Q.enqueue(x)` resultiert in `inbox.push(x)`

zweiter Stack `outbox` wird für `dequeue` benutzt:

- falls `outbox` leer, kopiere alle Elemente von `inbox` zu outbox: `outbox.push( inbox.pop() )`
- `Q.dequeue()` liefert `outbox.pop()` zurück



Implementation Queue als zwei Stacks

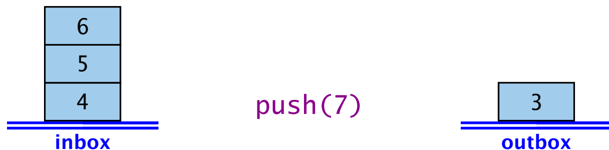
Queue `Q` kann mittels zwei Stacks implementiert werden

erster Stack `inbox` wird für `enqueue` benutzt:

- `Q.enqueue(x)` resultiert in `inbox.push(x)`

zweiter Stack `outbox` wird für `dequeue` benutzt:

- falls `outbox` leer, kopiere alle Elemente von `inbox` zu outbox: `outbox.push( inbox.pop() )`
- `Q.dequeue()` liefert `outbox.pop()` zurück



Implementation Queue als zwei Stacks

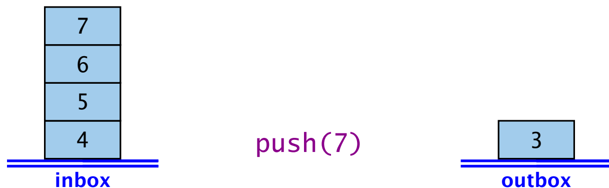
Queue `Q` kann mittels zwei Stacks implementiert werden

erster Stack `inbox` wird für `enqueue` benutzt:

- `Q.enqueue(x)` resultiert in `inbox.push(x)`

zweiter Stack `outbox` wird für `dequeue` benutzt:

- falls `outbox` leer, kopiere alle Elemente von `inbox` zu outbox: `outbox.push( inbox.pop() )`
- `Q.dequeue()` liefert `outbox.pop()` zurück



Zusammenfassung Queue

Queue ist abstrakter Datentyp als Metapher für eine Warteschlange

- wesentliche Operationen: **enqueue, dequeue**

Implementation als verkettete Liste

- dynamische Größe, aber Platz für Referenzen "verschwendet"
- enqueue, dequeue effizient
- nicht cache-effizient

Implementation als Array

- fixe Größe (entweder Speicher verschwendet oder zu klein)
- enqueue, dequeue sehr effizient