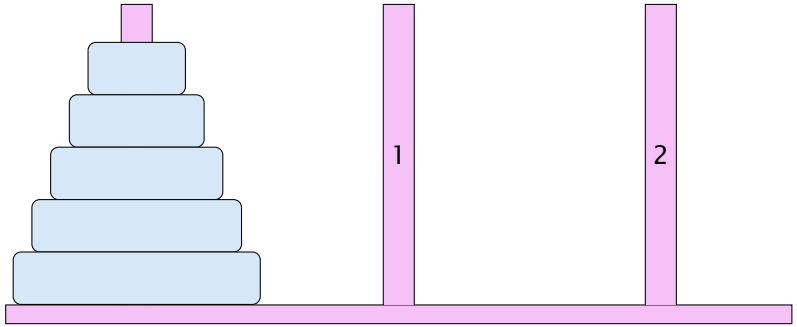
9 Türme von Hanoi



- Bewege Stapel von links nach rechts.
- In jedem Zug darf genau ein Ring bewegt werden.
- Es darf nie ein größerer auf einen kleineren Ring gelegt werden.

9 Türme von Hanoi

Idee

- Für Turm der Höhe $h = 0$ ist das Problem trivial.
- Falls $h > 0$ zerlegen wir das Problem in drei Teilprobleme:
  1. Versetze oberen $h - 1$ Ringe auf freien Platz
  2. Bewege die unterste Scheibe zum Ziel
  3. Versetze die zwischengelagerten Ringe zum Ziel
- Versetzen eines Turms der Höhe $h > 0$ erfordert also zweimaliges Versetzen eines Turms der Höhe $h - 1$.

Es gibt keine andere Möglichkeit!!!

Implementierung

```
1 public static void move(int h, byte a, byte b) {
2     if (h > 0) {
3         byte c = free(a,b);
4         move(h-1,a,c);
5         write("move "+a+" to "+b+"\n");
6         move(h-1,c,b);
7     }
8 }
```

. . . bleibt die Ermittlung des freien Rings

Beobachtung

Offenbar hängt das Ergebnis nur von der Summe der beiden Argumente ab. . .

	0	1	2
0		2	1
1	2		0
2	1	0	

free(x,y)

	0	1	2
0		1	2
1	1		3
2	2	3	

sum(x,y)

Implementierung

Um solche Tabellen leicht implementieren zu können stellt Java das switch-statement zur Verfügung:

```
1 public static byte free(byte a, byte b) {
2     switch (a + b) {
3         case 1:   return  2;
4         case 2:   return  1;
5         case 3:   return  0;
6         default:  return -1;
7     }
8 }
```


Allgemeines Switch-Statement

```
switch (expr) {
    case const_0: (ss_0)? (break;)?
    case const_1: (ss_1)? (break;)?
                  ...
    case const_{k-1}: (ss_{k-1})? (break;)?
   (default: ss_k)?
}
```

- expr sollte eine ganze Zahl/char oder ein String sein.
- Die $const_i$ sind Konstanten des gleichen Typs.
- Die ss_i sind alternative Statement-Folgen.
- default ist für den Fall, dass keine der Konstanten zutrifft
- Fehlt ein break-Statement, wird mit den Statement-Folgen der nächsten Alternative fortgefahren!

Beispiel

Dies dient nur als Beispiel für die switch-Anweisung. Im vorliegenden Fall wäres es übersichtlicher für jeden Monat einen eigenen case einzuführen (d.h., kein default), und den „fall-through“ in den jeweils nächsten case zu vermeiden.

```
1  int numOfDays;
2  boolean schaltjahr = true;
3  switch (monat) {
4      case "April":
5      case "Juni":
6      case "September":
7      case "November":
8          numOfDays = 30;
9          break;
10     case "Februar":
11         if (schaltjahr)
12             numOfDays = 29;
13         else
14             numOfDays = 28;
15         break;
16     default:
17         numOfDays = 31;
18 }
```

monat darf nicht null sein; man kann nicht mithilfe eines switch-statetments gegen null testen.

Der Bedingungsoperator

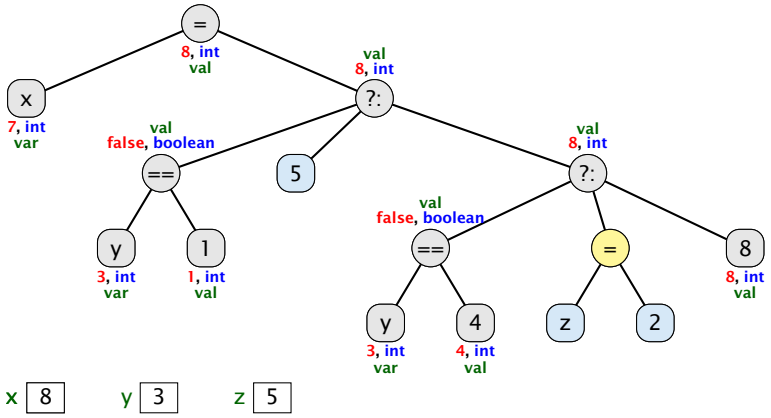
Eine Alternative zu einem switch ist der Bedingungsoperator:

condition ? expr1 : expr2

Der Bedingungsoperator

symbol	*name*	*types*	*L/R*	*level*
? :	Bedingungsoperator	boolean, 2*Typ	rechts	14

Beispiel: x = y == 1 ? 5 : y == 4 ? z = 2 : 8



Beispiel

`String` ist ein Referenzdatentyp. Ein Vergleich `monat == "Januar"` vergleicht nur die Referenzen, der `String`s `monat` und `"Januar"`. Die sind im allgemeinen unterschiedlich, auch wenn `monat` und `"Januar"` den gleichen Inhalt haben.

```
numOfDays =
        "Januar".equals(monat) ? 31 :
       "Februar".equals(monat) ? (schaltjahr ? 29 : 28) :
        "Maerz".equals(monat) ? 31 :
        "April".equals(monat) ? 30 :
          "Mai".equals(monat) ? 31 :
         "Juni".equals(monat) ? 30 :
         "Juli".equals(monat) ? 31 :
       "August".equals(monat) ? 31 :
    "September".equals(monat) ? 30 :
      "Oktober".equals(monat) ? 31 :
     "November".equals(monat) ? 30 :
     "Dezember".equals(monat) ? 31 :
                                -1 ;
```


Implementierung

Für unseren Fall geht das viel einfacher:

```
1 public static byte free(byte a, byte b) {
2     return (byte) (3-(a+b));
3 }
```


9 Türme von Hanoi

Bemerkungen:

- `move()` ist rekursiv, aber nicht end-rekursiv.
- Sei $N(h)$ die Anzahl der ausgegebenen Moves für einen Turm der Höhe $h \geq 0$. Dann ist

$$N(h) = \begin{cases} 0 & \text{für } h = 0 \\ 1 + 2N(h-1) & \text{andernfalls} \end{cases}$$

- Folglich ist $N(h) = 2^h - 1$.
- Bei genauerer Analyse des Problems lässt sich auch ein nicht ganz so einfacher nicht-rekursiver Algorithmus finden.

  Hinweis: Offenbar rückt die kleinste Scheibe in jedem zweiten Schritt eine Position weiter...